

まえがき

解析力学は、Newton の古典力学の完成後、それを一般化・抽象化する流れの中で誕生したのだが、1700年代から現在に至る長い歴史を持つ。しかも、解析力学は1900年代にも新たな発展があり、必ずしも現在でも完成しているとはいえない未だ発展の余地のある学問である。解析力学は、古典力学の別の定式化を与え、古典力学の問題を扱う際に、それが（本書でも解説するように）ある側面でNewtonの力学より便利であるという観点で最初は教えられる。確かにそのとおりであるが、これだけなら、解析力学にそれほどの価値はない。その後、解析力学は、古典力学の後の物理学の発展、つまり、Maxwellの電磁気学や Boltzmann の統計力学、Einstein の特殊相対論および一般相対論も取り込んで豊富な内容を持つようになった。特に、1900年代初頭に誕生する量子力学の移行に解析力学が大きな役割を果たしたことはよく知られている。しかし、これらは、解析力学の適用例に過ぎない。

本書の目的は、古典力学に限らず、すべての物理理論を統一的に記述できる理論的枠組みとしての解析力学の役割と基礎概念を理解し、その本質を習得することである。Newton の古典力学を等価な別の形式に書き換えて、別の観点から学ぶという狭い意味での解析力学を主眼に据えていない。この目的のためだけなら、既に多くの本が出版されており、本書が付け加えることはあまりないからである。古典力学の問題を解くことは本書の主たる目標ではないが、読者の便を考慮して、最低限の重要な題材はカバーするように努めた。

本書は、古典力学に対する解析力学を出発点として、さらに先を目指す人を対象にして、後々困らないように意識して執筆されている。実際、後に、現代の素粒子物理学や宇宙物理学、あるいは物性物理学を学ぶときに、多くの人々は、それまでに学んだ解析力学の知識だけでは足りないと感じて、解析力学を

学び直す必要に迫られるだろう。実際、学生時代の著者もそうであった。このような不都合が起こらないように、古典力学と現代の物理学に必要な解析力学の間を橋渡しをする狙いもある。実際、著者は、学部量子力学、学部・大学院共通の一般相対論、大学院の素粒子物理学の講義も長年行ってきたが、本書の内容は十分にこの要請を満たすと考える。読者は、大学1年生から大学院修士、博士、そして研究者でも、この分野の専門でない人も対象である。実際、後半部分の一部は、著者が大学教員になってから学んだものも含まれている。だからといって専門書ではない。その意味では解析力学入門である。

著者は、2007年以降、理学部の物理学専攻の学部生と大学院博士前期（修士）課程の学生に対して、解析力学を講義してきた。それ以前にも、理学部1年生を対象とした初等力学（Newtonの古典力学）や理学部2年生を対象にした力学（初等的な解析力学を含む古典力学）の講義も担当していた。この本は、それらの講義ノートをベースにして、題材の取捨選択、加筆修正を施してできあがったものである。

実際には、1回の講義（90分）で1章分を講義していた。その15回分が1章から15章までに相当する。全部の項目を丁寧に説明すると時間内に収まらないので、主要な部分のみ講義し、後は学生の自習にまかせたり、レポートに課したりすればよいと考える。記述のスタイルは、一部で、数学書に見られる定義、定理、命題、補題、証明、注意という形を採用したが、これは著者の好みもあるが、主張を一目瞭然にするためのものである。また、重要な主張や式を網掛けして強調しているのも実際に講義を行うときには有効だと考え実行していた。本書は、大学1年生からでも読めるように、微積分と線形代数の知識だけを仮定して書かれている。ベクトル解析と微分形式の知識があればなおよいが、絶対に必要というわけではなく、使用する場合は説明を加えてある。現代数学をふんだんに用いて記述してある解析力学の本もあるが、本書では、数学の習得に追われて物理の本質を見失わないように数学の導入は最小限に抑えてある。

本書を十分に活用して、最新の物理学に取り組んでいただきたい。

最後に、LaTeX の取扱いに関する技術的な側面に関して、高エネルギー加速器研究機構の柴田章博博士（理学）に多大なご協力をいただいた。ここに記して感謝したい。

2021 年 12 月

近藤慶一

なお、本書には演習問題の解答例は載せていない。一般の読者には、共立出版ホームページで以下に記載した URL から付録としてダウンロードできるようにしてある*)。解答例はすべての問題ではなく、基本的で重要なものを選んで付けているが、少しずつ充実していきたいと考えている。

URL: www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320036178

本書について

前半は、Lagrange 形式と Hamilton 形式という 2 つの等価な物理理論の記述法を用いて、最小作用原理と運動方程式、Poisson 括弧と正準変換、対称性と保存則 (Noether の定理) を論じる。後半は、束縛系 (拘束系) の解析力学を講じる。有限自由度の粒子の場合に限らず、無限自由度の場の理論の場合も取り扱う。例として、非相対論的な場合のみならず、相対論的な場合も取り上げる。

〈講義計画・講義内容〉

- 0: 解析力学の導入 (なぜ解析力学を学ぶのか)
- 1: Newton 力学と運動方程式の共変性
- 2: Lagrange 形式と Lagrange 方程式
- 3: Hamilton 形式と Hamilton 方程式
- 4: 変分原理と変分法
- 5: 正準変換論 (1): Lagrangian の不定性と正準変換
- 6: 正準変換論 (2): 正準変換の必要十分条件, Poisson 括弧
- 7: Hamilton-Jacobi の方程式
- 8: 対称性と保存則, Noether の定理
- 9: 場の解析力学: Lagrange 形式, Hamilton 形式
- 10: 場の理論における対称性と保存則 (1), Noether の定理
- 11: 場の理論における対称性と保存則 (2), Noether の定理
- 12: 場の理論の例
- 13: 拘束系の Lagrange 形式
- 14: 拘束系の Hamilton 形式 (1): 特異な系, プライマリー・セカンダリー拘束条件
- 15: 拘束系の Hamilton 形式 (2): ファーストクラス・セカンドクラス拘束条件, ゲージ自由度, Dirac 括弧