

まえがき

通常の統計学では、あらかじめ標本の大きさを固定して考えるが、それには限界があり、そこを乗り越えるためには逐次的手法を考える必要がある。たとえば、標本の大きさをあらかじめ固定せずに、標本を抽出してそれに基づく推定量とさらに標本を追加してそれに基づく推定量について、それらの標本抽出費用(コスト)を含むリスクを比較して、追加した方のリスクが小さければ、標本抽出を継続し、そうでなければ標本抽出を停止するという規則を導入する。そのような停止(規)則と推定量からなる逐次推定方式を考えることになるが、そのためには統計的決定論の観点から考えるのが理解しやすい。本書はその観点から著されていて、逐次推定方式が何らかの意味で最適になることを示す際に、そのリスクが、標本が抽出される母集団分布の母数に無関係になる方が望ましい。そのためにベイズ的観点から、あるいは不変性の概念によって考察することは自然である。

本書では、まず、正規モデル、2項モデル等で逐次点推定、逐次区間推定について考え、また、逐次推定を遂行する際に必要となる停止則に関する等式、不等式について述べるとともに近似法則についても論じる(第1章)。次に、統計的決定論は、推定、検定を統一的に扱えるだけではなく、標本抽出(または実験)を行ってその(観測)結果に基づいて抽出(観測)を継続するか停止するかを伴う逐次推測方式を考察するのに適している。そこで、決定論の観点から許容性、ベイズ性、ミニマックス性、縮小推定、最小分散不偏性、十分性、不変性、推移性等について考えるとともに、標本の大きさを固定して推定すると望ましい推定量が存在しない場合があることも示す(第2章)。それから、非逐次の場合に一樣最小分散不偏(UMVU)推定量を求めるために用いた十分性、完備性のような概念が逐次の場合には、どのような状況で有用になるのかについて考える。実は、逐次推定の場合には、与えられた停止則を伴う、完備十分統計量に基

づく不偏逐次推定方式は一意的とは限らない。また、逐次の場合にもクラメール・ラオ型の情報不等式について論じることができる。そしてベイズ逐次推定、不変逐次推定についても考える（第3章）。さらに、停止時刻を伴う逐次推定方式について論じ、特に、正規分布における平均や平均の差の逐次推定、多変量正規分布の平均ベクトルの逐次推定と逐次縮小推定、ガンマ分布、一様分布の逐次推定について考え、2段階（標本抽出）法による推定についても論じる（第4章）。最後に、逐次解析において重要な逐次確率比検定について述べる（付録）。逐次推測の考え方は合理的であり、応用についても、たとえば臨床試験における実験計画等において有用になる。なお、本書では数理統計学の基盤の知識を前提とし、巻末において参考にした書籍について言及している。

最後に、本書を完成するにあたって、大阪公立大学の田中秀和准教授に原稿を読んで種々の御意見を頂いた。心から感謝申し上げたい。

本書の出版に際して、本シリーズの編集委員長の中央大学の鎌倉稔成教授をはじめ編集委員の方々、そして共立出版編集部の方々にいろいろお世話になった。ここに厚く御礼申し上げたい。

2022 年 5 月

赤平昌文

小池健一

目 次

第 1 章 序 論	1
1.1 はじめに	1
1.2 標本抽出計画の例	6
1.3 停止則に関する等式	10
1.4 停止則に関する不等式	15
1.5 近似法則	20
第 2 章 決定論における推定	25
2.1 決定問題	25
2.2 情報不等式と許容性	30
2.3 ベイズ性とミニマックス性	40
2.4 最小分散不偏性と十分性	52
2.5 同時推定と縮小推定	64
2.6 不変性と推移性	70
2.7 最尤推定と非逐次推定の限界	79
第 3 章 逐次決定と推定	87
3.1 停止則と最終決定方式	87
3.1.1 停止則	88
3.1.2 最終決定方式	89
3.2 十分列と推移列	90
3.3 逐次の情報不等式	102
3.4 ベイズ逐次決定	115
3.5 最小ベイズリスクと最小事後平均損失	128
3.6 漸近的に各点最適な停止則	136

3.7 逐次 2 項標本抽出計画	143
3.8 不変逐次推定	150
 第 4 章 逐次推定	 159
4.1 正規分布の平均の逐次推定と 2 段階推定方式	159
4.2 正規分布の平均の差の逐次推定	171
4.3 多変量正規分布の平均の逐次推定と逐次縮小推定	174
4.4 ガンマ分布の尺度母数の逐次推定	181
4.5 正規分布の平均の逐次区間推定と 2 段階推定方式	185
4.6 3 段階法と逐次高次漸近理論への展望	193
 付録 逐次確率比検定	 197
 参考書籍	 204
 問題略解	 205
 例の索引	 209
 索 引	 210