



目 次

第 1 章 3次元トポロジーの舞台	1
1.1 位相多様体	1
1.2 位相多様体から滑らかな多様体, PL 多様体へ	2
1.3 多様体の向き	7
第 2 章 結び目・絡み目のデーン手術	16
2.1 3次元球面内の結び目理論 I	16
2.2 デーン手術の定義	32
2.3 デーン手術と基本群, ホモロジー群	35
第 3 章 デーン手術と 3次元多様体	41
3.1 3次元多様体の絡み目のデーン手術による実現	41
3.1.1 ヒーガード分解と閉曲面の写像類群	41
3.1.2 ハンドル体の貼り合わせとデーン手術	46
3.2 ねじり操作とデーン手術	52
3.3 カービー・ロルフセンの手術計算	57
第 4 章 3次元多様体の中の圧縮不可能曲面	65
4.1 圧縮不可能曲面	65
4.2 圧縮不可能曲面の代数的性質	70
4.3 3次元多様体の本質的曲面での切り貼り——innermost disk argument	74
4.4 結び目外部空間内の本質的曲面と境界スロープ	80

第5章	デーン手術と本質的曲面	
	—— グラフ理論からのアプローチ ——	83
5.1	曲面の交わりからグラフへ	83
5.2	グラフ上での言葉の定義	85
5.3	シャールマンサイクルの幾何的意味	88
5.3.1	シャールマンサイクルの幾何的意味 I	89
5.3.2	シャールマンサイクルの幾何的意味 II	90
5.4	シャールマンサイクルの見つけ方	91
5.5	具体的問題への応用	95
5.5.1	$K(r) \cong S^3$ となるデーン手術の個数	95
5.5.2	境界可約化デーンフィリング	98
第6章	ザイフェルト多様体	102
6.1	ザイフェルト多様体の定義と用語の準備	102
6.2	ザイフェルト不変量, ザイフェルト多様体の基本群	106
6.3	ザイフェルト多様体内の本質的曲面	110
6.4	有理タングルとモンテシノストリック	116
第7章	3次元多様体の素分解とトーラス分解	128
7.1	3次元多様体の素分解	128
7.2	ハーケンの有限性定理	130
7.3	3次元多様体のアトロイダル分解とトーラス分解	134
第8章	3次元双曲多様体	145
8.1	3次元双曲多様体の展開写像とホロノミー表現	145
8.2	サーストンの双曲化定理	151
8.3	曲面の自己同相写像とマッピングトーラス	155
第9章	ザイフェルト多様体 vs. 双曲多様体	159
9.1	サーストン・ペレルマンの幾何化定理とトーラス分解	159
9.2	3次元球面内の結び目理論 II	165

第10章 デーンフィリングと3次元多様体の諸構造 ————— 169

- 10.1 ザイフェルト多様体のデーンフィリング 169
- 10.2 双曲多様体のデーンフィリング 172
 - 10.2.1 双曲結び目の双曲デーン手術 172
 - 10.2.2 双曲結び目の例外手術 178
- 10.3 トロイダル多様体のデーンフィリング 179
 - 10.3.1 デーンフィリングとトーラス分解 179
 - 10.3.2 サテライト結び目とコンパニオン結び目のデーン手術 180

第11章 ザイフェルト多様体を生み出すデーン手術 ————— 183

- 11.1 ザイフェルト手術で得られるザイフェルト多様体 183
- 11.2 ザイフェルト手術であることの確認方法 184
 - 11.2.1 カービー・ロルフセン計算とザイフェルト手術 185
 - 11.2.2 モンテシノストリックとザイフェルト手術 186
 - 11.2.3 プリミティブ/プリミティブ構成, プリミティブ/ザイフェルト構成とザイフェルト手術 188
 - 11.2.4 双曲構造の退化としてのザイフェルト構造 192
 - 11.2.5 トーラス分解とザイフェルト手術 194

第12章 ザイフェルト手術からなるネットワーク ————— 197

- 12.1 研究の動機——How から Why へ 197
- 12.2 ザイフェルターとザイフェルト手術のネットワーク 198
- 12.3 ザイフェルト手術ネットワークの組み合わせ的構造 211
 - 12.3.1 ザイフェルト手術ネットワークの局所構造 212
 - 12.3.2 ザイフェルト手術ネットワークにおけるサイクル 212
 - 12.3.3 ザイフェルト手術ネットワークの連結性 213
- 12.4 プリミティブ/ザイフェルト構成では得られないザイフェルト手術 215
- 12.5 非対称的ザイフェルター 217

第13章 デーン手術の古くて新しい問題 ————— 221

- 13.1 デーン手術の単射性問題 221
- 13.2 \mathcal{D}_K の単射性——コスメティック手術 222

13.3 D_r の単射性——デーン手術による結び目の特徴付け 223

第 14 章 最近の話題から

——ヒーガードフレアー理論とデーン手術—— 231

14.1 L 空間とデーン手術 231

14.2 L 空間手術と左順序付け可能手術 234

付録 A 舞台設定——TOP, PL, DIFF—— 238

A.1 問題設定 238

A.2 PL 圏と TOP 圏 239

A.2.1 f_{PT} の全射性——三角形分割予想 (triangulation conjecture) 239

A.2.2 f_{PT} の単射性——基本予想 (Hauptvermutung) 244

A.3 DIFF 圏と PL 圏 246

A.3.1 球面の微分同相写像と Γ_n 247

A.3.2 f_{DP} の全射性——平滑化の存在 250

A.3.3 f_{DP} の単射性——平滑化の一意性 251

A.4 3次元トポロジーの TOP, PL, DIFF 252

A.4.1 写像類群の TOP, PL, DIFF——モーレ (C. Morlet) の理論 253

読書案内—— 257

参考文献—— 262

謝 辞—— 273

索 引—— 275